

## MODELO PERSEO

### Nomenclatura

Conjuntos:

$\Omega^N$	Conjunto de nodos.
$\Omega^L$	Conjunto de líneas.
$\Omega^E$	Conjunto de embalses.
$\Omega^R$	Conjunto de reservorios.
$\Omega^{TR}$	Conjunto de trayectorias.
$\Omega^{RGO}$	Subconjunto del conjunto de trayectorias $\Omega^{TR}$ las cuales tienen restricciones de riego.
$\Omega^P$	Conjunto de puntos de interés.
$\Omega^G$	Conjunto de generadores térmicos.
$\Omega^H$	Conjunto de generadores hidráulicos.
$\Omega^T$	Conjunto de etapas.
$\Omega^B$	Conjunto de bloques de demanda.
$\Omega^W$	Conjunto de afluentes.
$\Omega^{Xi}$	Conjunto de elementos formados por todos los elementos $x \in \Omega^X$ tal que se encuentren conectados al elemento $i$ .

Parámetros:

$a_{w,t}$	Caudal en m <sup>3</sup> /s del afluente $w$ , en la etapa $t$ .
$b_{ij}$	Suceptancia de la línea $i-j$ en pu (base 100 MVA).
$c_k$	Costo variable en \$/MWh del generador térmico $k$ .
$d_{i,t,d}$	Demanda en MW en el nodo $i$ , en la etapa $t$ y en el bloque $d$ .
$f_{ij}^{max}$	Capacidad en MW de la línea $i-j$ .
$g_k^{max}$	Capacidad en MW del generador térmico $k$ .
$g_h^{max}$	Capacidad en MW del generador hidráulico $h$ .
$k_h$	Factor de conversión de caudal en m <sup>3</sup> /s a potencia en MW para el generador hidráulico $h$ .
$q_{xy}^{max}$	Caudal máximo en m <sup>3</sup> /s por la trayectoria $x-y$ .
$q_y^{max}$	Caudal máximo en m <sup>3</sup> /s por la trayectoria de riego $x-y$ .
$q_y^{min}$	Caudal mínimo en m <sup>3</sup> /s por la trayectoria de riego $x-y$ .
$V_u^{max}$	Volumen máximo en 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> del embalse $u$ .
$V_u^{min}$	Volumen mínimo en 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> del embalse $u$ .
$V_u^{ini}$	Volumen inicial en 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> del embalse $u$ .
$V_u^{fin}$	Volumen final en 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> del embalse $u$ .
$V_m^{max}$	Volumen máximo en 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> del reservorio $m$ .
$\lambda_i$	Costo en \$/MWh asociado al desabastecimiento de la energía en el nodo $i$ .
$\mu_t$	Número de horas de duración de la etapa $t$ .
$\tau_{d,t}$	Número de horas de duración del bloque $d$ en etapa $t$ .

VARIABLES DE LA PRIMERA ETAPA:

$V_{u,t}$	Volumen almacenado en 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> en el embalse $u$ al final de la etapa $t-1$ .
$V_{m,t,d}$	Volumen almacenado en 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> en el reservorio $u$ , durante la etapa $t$ y al inicio del bloque de demanda $d$ .

$f_{ij,t,d}$	Flujo de potencia activa en MW a través de la línea $i-j$ , en la etapa $t$ , en el bloque de demanda $d$ .
$g_{k,t,d}$	Producción en MW del generador térmico $k$ , en la etapa $t$ , en el bloque de demanda $d$ .
$q_{h,t,d}$	Caudal en m <sup>3</sup> /s turbinado por el generador $h$ , durante la etapa $t$ , durante el bloque de demanda $d$ .
$q_{xy,t}$	Volumen en 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> transportado por la trayectoria $x-y$ , en la etapa $t$ ; dicha trayectoria siempre sale de un embalse o un punto de interés.
$q_{xy,t,d}$	Volumen en 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> transportado por la trayectoria $x-y$ , en la etapa $t$ , en el bloque de demanda $d$ ; dicha trayectoria siempre sale de un reservorio o de un generador hidráulico.
$q_{y,t}$	Volumen en 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> desabastecido en la trayectoria de riego $y$ , en la etapa $t$ .
$r_{i,t,d}$	Racionamiento en MW de la demanda en el nodo $i$ , en la etapa $t$ , en el bloque de demanda $d$ .
$s_{x,t}^{punto}$	Volumen en 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> vertido en el punto de interés $x$ , en la etapa $t$ , en caso no sea posible el vertimiento en un punto de interés en particular se define $s_{p,t,s}^{punto} = 0$ .
$s_{u,t}^{embalse}$	Volumen en 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> vertido en el embalse $u$ , en la etapa $t$ , en caso no sea posible el vertimiento en el embalse se define $s_{u,t}^2 = 0$ .
$s_{m,t,d}^{reservorio}$	Volumen en 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> vertido en el reservorio $m$ , en la etapa $t$ , en el bloque de demanda $d$ ; en caso no sea posible el vertimiento en el reservorio se define $s_{u,t}^3 = 0$ .
$\theta_{i,t,d}$	Ángulo en radianes en el nodo $i$ , en la etapa $t$ , en el bloque de demanda $d$ .

### III. EL MODELO

La formulación matemática se detalla a continuación. Para no extender demasiado el modelo no se ha considerado la evaporación, los mantenimientos y las pérdidas.

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \sum_{t \in \Omega^T} \sum_{d \in \Omega^B} \sum_{k \in \Omega^G} c_k \cdot g_{k,t,d} \\
 & + \sum_{t \in \Omega^T} \sum_{d \in \Omega^B} \sum_{i \in \Omega^N} \lambda_i \cdot r_{i,t,d} \\
 & + \sum_{t \in \Omega^T} \sum_{y \in \Omega^{RGO}} CF \cdot q_{f,y,t}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Las restricciones son las siguientes:

Balance de potencia en cada nodo:

$\forall i \in \Omega^N, \forall t \in \Omega^T, \forall d \in \Omega^B$ :

$$\sum_{j \in \Omega^{Ni}} f_{ji,t,d} - \sum_{ij \in \Omega^{Ni}} f_{ij,t,d} + \sum_{k \in \Omega^{Gi}} g_{k,t,d} + \sum_{h \in \Omega^{Hi}} k_h \cdot q_{h,t,d} = d_{i,t,d} - r_{i,t,d,s} \quad (2)$$

Ecuación de flujos en las líneas

$\forall ij \in \Omega^L, \forall t \in \Omega^T, \forall d \in \Omega^B$ :

$$f_{ij,t,d} = 100 \cdot b_{ij} (\theta_{i,t,d} - \theta_{j,t,d}) \quad (3)$$

Límites de capacidad de las líneas

$\forall ij \in \Omega^L, \forall t \in \Omega^T, \forall d \in \Omega^B$ :

$$|f_{ij,t,d}| \leq f_{ij}^{max} \quad (4)$$

Límites de capacidad de los generadores hidráulicos

$\forall h \in \Omega^H, \forall t \in \Omega^T, \forall d \in \Omega^B$ :

$$0 \leq k_h \cdot q_{h,t,d} \leq g_h^{max} \quad (5)$$

$\forall k \in \Omega^G, \forall t \in \Omega^T, \forall d \in \Omega^B$ :

$$0 \leq g_{k,t,d} \leq g_k^{max} \quad (6)$$

Límites del racionamiento en cada nodo:

$\forall i \in \Omega^N, \forall t \in \Omega^T, \forall d \in \Omega^B$ :

$$0 \leq r_{i,t,d} \leq d_{i,t,d} \quad (7)$$

Balance de volumen de agua en los puntos de interés:

$\forall x \in \Omega^P, \forall t \in \Omega^T$ :

$$\begin{aligned} & \sum_{w \in \Omega^{Wx}} a_{w,t} \cdot \frac{36 \cdot \mu_t}{10000} + \sum_{yx \in \Omega^{TRx}} q_{yx,t} \\ & + \sum_{yx \in \Omega^{TRx}} \sum_{d \in \Omega^B} q_{yx,t,d} \\ & = \sum_{xy \in \Omega^{TRx}} q_{xy,t} \\ & + \sum_{yx \in \Omega^{TRx}} \sum_{d \in \Omega^B} q_{yx,t,d} \\ & + S_{x,t}^{punto} \end{aligned} \quad (8)$$

Balance de volumen de agua en los embalses:

$\forall u \in \Omega^E, \forall t \in \Omega^T$ :

$$\begin{aligned} V_{u,t+1} &= V_{u,t} + \sum_{w \in \Omega^{Wu}} a_{w,t} \cdot \frac{36 \cdot \mu_t}{10000} \\ & + \sum_{yx \in \Omega^{TRu}} q_{yx,t} \\ & + \sum_{yx \in \Omega^{TRu}} \sum_{d \in \Omega^B} q_{yx,t,d} \\ & - \sum_{xy \in \Omega^{TRu}} q_{xy,t} - S_{u,t}^{embalse} \end{aligned} \quad (31)$$

Balance de volumen de agua en los reservorios

$\forall m \in \Omega^R, \forall t \in \Omega^T, \forall d \in \Omega^B$ :

$$\begin{aligned} & \frac{\mu_t}{24} (V_{m,t,d+1} - V_{m,t,d}) \\ & = \sum_{w \in \Omega^{Wm}} a_{w,t} \cdot \frac{36 \cdot \tau_d}{10000} \\ & + \sum_{yx \in \Omega^{TRm}} q_{yx,t} \cdot \frac{\tau_{d,t}}{\mu_t} \\ & + \sum_{yx \in \Omega^{TRm}} q_{yx,t,d} \\ & - \sum_{yx \in \Omega^{TRm}} q_{yx,t,d} - S_{m,t,d}^{reservorio} \end{aligned} \quad (32)$$

Balance de volumen de agua en los generadores hidráulicos sin

reservorio (R=0), la segunda ecuación solo se plantea cuando

existen trayectorias que salen del generador

$\forall h \in \Omega^H, \forall t \in \Omega^T, \forall d \in \Omega^B$ :

$$\begin{aligned} & \sum_{yx \in \Omega^{TRh}} q_{yx,t} \cdot \frac{\tau_{d,t}}{\mu_t} + \sum_{yx \in \Omega^{TRh}} q_{yx,t,d} \\ & = q_{h,t,d} \cdot \frac{36 \cdot \tau_{d,t}}{10000} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\sum_{xy \in \Omega^{TRh}} q_{xy,t,d} = q_{h,t,d} \cdot \frac{36 \cdot \tau_{d,t}}{10000} \quad (34)$$

Balance de volumen de agua en los generadores hidráulicos con

reservorio (R=1), la segunda ecuación solo se plantea cuando

existen trayectorias que salen del generador  $\forall h \in \Omega^H, \forall t \in \Omega^T$ :

$$\begin{aligned} & \sum_{yx \in \Omega^{TRh}} q_{yx,t} + \sum_{d \in \Omega^B} \sum_{yx \in \Omega^{TRh}} q_{yx,t,d} \\ & = \sum_{d \in \Omega^B} q_{h,t,d} \cdot \frac{36 \cdot \tau_{d,t}}{10000} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\sum_{xy \in \Omega^{TRh}} q_{xy,t,d} = q_{h,t,d} \cdot \frac{36 \cdot \tau_{d,t}}{10000} \quad (36)$$

$$q_{h,t,d+1} \leq q_{h,t,d} \quad (37)$$

Límites de capacidad de los embalses:  
 $\forall u \in \Omega^E, \forall t \in \Omega^T$ :

$$V_u^{min} \leq V_{u,t} \leq V_u^{max} \quad (38)$$

Límites de capacidad de los reservorios:  
 $\forall m \in \Omega^R, \forall t \in \Omega^T, \forall d \in \Omega^B$ :

$$0 \leq V_{m,t,d} \leq V_m^{max} \quad (39)$$

Volúmenes meta de los embalses:  
 $\forall m \in \Omega^E$ :

$$V_{m,1} = V_m^{ini}, \quad V_{m,T+1} = V_m^{fin} \quad (40)$$

Volúmenes meta de los reservorios:  
 $\forall u \in \Omega^R$ :

$$V_{m,t,1} = V_{m,t,D+1} = 0 \quad (41)$$

Límites de capacidad de las trayectorias:  
 $\forall xy \in \Omega^{TR}, \forall t \in \Omega^T$ :

$$0 \leq q_{xy,t} \leq q_{xy}^{max} \cdot \frac{36 \cdot \mu_t}{10000} \quad (42)$$

$\forall xy \in \Omega^{TR}, \forall t \in \Omega^T, \forall d \in \Omega^B$ :

$$0 \leq q_{xy,t,d} \leq q_{xy}^{max} \cdot \frac{36 \cdot \tau_d}{10000} \quad (43)$$

Restricciones de riego máximo en las trayectorias de riego  
 $\forall xy \in \Omega^{RGO}, \forall t \in \Omega^T$ :

$$q_{xy,t} \leq q_y^{max} \cdot \frac{36 \cdot \mu_t}{10000} \quad (44)$$

$\forall xy \in \Omega^{RGO}, \forall t \in \Omega^T, \forall d \in \Omega^B$ :

$$q_{xy,t,d} \leq q_y^{max} \cdot \frac{36 \cdot \tau_d}{10000} \quad (45)$$

Restricciones de riego máximo en las trayectorias de riego

$\forall xy \in \Omega^{RGO}, \forall t \in \Omega^T$ :

$$q_{xy,t} + qf_{y,t} \geq q_y^{min} \cdot \frac{36 \cdot \mu_t}{10000} \quad (46)$$

$\forall xy \in \Omega^{RGO}, \forall t \in \Omega^T, \forall d \in \Omega^B$ :

$$q_{xy,t,d} + qf_{y,t} \geq q_y^{min} \cdot \frac{36 \cdot \tau_d}{10000} \quad (47)$$

Vertimiento en los puntos, embalses y reservorios tal que  $V=0$ :

$$(48)$$

$$S_{x,t}^{punto} = 0$$

$$S_{u,t}^{embalse} = 0$$

$$S_{m,t,d}^{reservorio} = 0$$

Restricciones del Lago Junín: (49)

$$V_{junin,junio} \geq 0.85000002 * V_{junin,mayo}$$

$$V_{junin,julio} \geq 0.69999999 * V_{junin,mayo}$$

$$V_{junin,agosto} \geq 0.55000001 * V_{junin,mayo}$$

$$V_{junin,setiembre} \geq 0.40000001 * V_{junin,mayo}$$

$$V_{junin,octubre} \geq 0.25 * V_{junin,mayo}$$

$$V_{junin,noviembre} \geq 0.1 * V_{junin,mayo}$$

$$V_{junin,diciembre} \geq 0.03 * V_{junin,mayo}$$

El modelo propuesto corresponde a un problema de programación lineal que puede ser resuelto por un *solver* comercial.

## REFERENCIAS

- [1] M.V.F. Pereira, L.M.V.G. Pinto, 1985, "Stochastic Optimization of a Multireservoir Hydroelectric System: A Decomposition Approach", *Water Resources Research*, 21 (6), June, pp.779-792.
- [2] A. Botterud, Zhi Zhou, Jianhui Wang, R.J. Besa, H. Keko, J. Sumaili, 2012, "Wind Power Trading Under Uncertainty in LMP Markets", *IEEE Transactions on Power System*, 27 (2), May, pp. 894-903.
- [3] Uribe M., 2006. Manual Técnico: Metodología del Modelo Perseo, OSINERGMIN.
- [4] PSR, 2012. SDDP – Manual de Usuario Versión 10.2.4, PSR.
- [5] Kall P., 1994. Stochastic Programming, John Wiley, Chichester, Inglaterra.
- [6] R. Tyrrell Rockafellar, Stanislav Uryasev, 2000, "Optimization of conditional value-at-risk", *Journal of Risk*, 2 (3), April, pp. 493-517.
- [7] Paredes M., 2012. Metodología para el planeamiento de la operación de sistemas hidrotérmicos en mercados eléctricos competitivos (en portugués), Tesis de Maestría

de la Universidade Estadual Paulista (UNESP), São Paulo, Brasil.

- [8] Jimenez R., 2007. Desenvolvimento de una Metodología para la Coordinación Hidrotérmica de largo plazo en mercados eléctricos competitivos (en portugués), Tesis de Maestría de la Universidade Federal do Maranhão (UFMA), São Luis, Brasil.
- [9] J.P.S. Catalão, H.M.J. Pousinho, J. Contreras, 2012, “Optimal hydro scheduling and offering strategies considering Price uncertainty and risk management”, *Energy*, 37(1), January, pp. 237-244.
- [10] OSINERG – Modelo Perseo, [acceso el 22.05.15], link: <http://www.osinerg.gob.pe/newweb/pages/GART/698.htm>, OSINERGMIN.